Aufgabe 3 (32% der erwarteten Leistung) **1. Vorschlag**

Gegeben ist die Funktion **f** durch $\mathbf{f}(x) = x \cdot \mathbf{ln}(x^2 + 1)$.

a) Bestimmen Sie die maximal mögliche Definitionsmenge $\mathbf{D_{max}}$ von **f** und zeigen Sie, dass der Graph von **f** punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung ist.

b) Zeigen Sie, dass der Graph von **f** an der Stelle $x_0 = 0$ eine waagerecht verlaufende Tangente besitzt und begründen Sie, dass der Graph an dieser Stelle keinen relativen Extremwert hat.
Begründen Sie, dass der Graph von **f** nur an dieser Stelle eine waagerecht verlaufende Tangente besitzt.

c) Sie dürfen ohne Nachweis benutzen, dass $f''(x) = \dfrac{2 \cdot x^3 + 6 \cdot x}{(x^2 + 1)^2}$ gilt. - Wie viele Wendepunkte hat der Graph von **f** höchstens?

d) Zeigen Sie, dass die durch $\mathbf{F}(x) = \frac{1}{2} \cdot [\, (x^2 + 1) \cdot \mathbf{ln}(x^2 + 1) - x^2 \,]$ definierte Funktion **F** eine Stammfunktion von **f** ist.

e) Geben Sie Näherungswerte für $\mathbf{f}\left(\frac{3}{4}\right)$ und $\mathbf{f}(3)$ an und skizzieren Sie den Graphen im Intervall $[-3 \mid 3]$ lediglich unter Benutzung der bisherigen Ergebnisse.

f) Berechnen Sie unter Verwendung des Ergebnisses aus d) den Wert von $\int_0^3 f(x)\, dx$ und geben Sie diesen Wert auf eine Nachkommastelle gerundet an. Setzen Sie das Ergebnis in Bezug zu Ihrer Skizze aus e).