Aufgabe 1 (36% der erwarteten Leistung) **1. Vorschlag**

Gegeben sind eine Ebene **e**, eine Gerade **g** und eine Ebenenschar $\mathbf{e_k}$ durch die Gleichungen

$$e : \vec{x} = \begin{pmatrix} -6 \\ -10 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 13 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -8 \end{pmatrix} \quad , \quad r, s \in \mathbb{R} \quad ;$$

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} \quad , \quad t \in \mathbb{R} \quad ;$$

$$e_k : \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ k \end{pmatrix} + 63 = 0 \quad .$$

a) Zeigen Sie, dass die Ebene $\mathbf{e_4}$ die einzige Ebene der Ebenenschar ist, die zu **e** parallel ist.

b) Begründen Sie, dass die Entfernung der Schnittpunkte der Geraden **g** mit den Ebenen **e** und $\mathbf{e_4}$ (diese sollen hier noch nicht berechnet werden!) den Abstand dieser beiden Ebenen voneinander beschreibt.

c) Geben Sie die jeweilige Größe der Abstände des Ursprungs von den Ebenen **e** und $\mathbf{e_4}$ an.

d) Entwerfen Sie eine ebene Skizze, welche die relative Lage des Ursprungs in Bezug auf die Ebenen **e** und $\mathbf{e_4}$ verdeutlicht und geben Sie die Größe des Abstandes der beiden Ebenen voneinander an.

e) Berechnen Sie nun die Koordinaten des Schnittpunktes $\mathbf{S_4}$ der Geraden **g** mit der Ebene $\mathbf{e_4}$ ($\{S_4\} := g \cap e_4$) und bestimmen Sie nur unter Verwendung der Paralleleneigenschaft und der Abstandsgröße der Ebenen **e** und $\mathbf{e_4}$ die Koordinaten des Schnittpunktes **S** der Geraden **g** mit der Ebene **e** ($\{S\} := g \cap e$).

(Zwischenergebnis zur Kontrolle: $\mathbf{S_4}(-9|8|8)$)