Gegeben ist die Funktion **f** mit $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$.

a) Klären Sie für **f** das asymptotische Verhalten, d.h. ermitteln Sie den Funktionsterm der Asymptotenfunktion $\mathbf{a_f}$ und beschreiben Sie das Verhalten von **f** in einer Umgebung der Definitionslücke!

b) Berechnen Sie die Terme **f** ′(x) und **f** ″(x) der ersten und zweiten Ableitungsfunktion von **f** und untersuchen Sie, ob **f** relative Extremwerte oder Wendepunkte besitzt.[1]

c) Skizzieren Sie den Graphen von **f** aufgrund der Untersuchungsergebnisse.

d) Der Funktionsterm von **f** wird nun geändert durch Subtraktion von 1 im Zähler, d.h. **f**(x) lautet nun:

$f(x) = \frac{x^3 - 1}{(x-1)^2}$. (<u>Hinweis:</u> Es gilt: $x^3 - 1 = (x-1) \cdot (x^2 + x + 1)$)

Diese Subtraktion von 1 im Zähler bleibt ohne Auswirkung auf die Asymptotenfunktion $\mathbf{a_f}$, es ändert sich jedoch der Graph von **f**!
Entwerfen Sie (kurz begründet) eine veränderte Skizze des Graphen von **f** ohne erneute Kurvendiskussion!

---

[1] Zur Kontrolle: $f''(x) = \frac{6 \cdot x}{(x-1)^4}$; Ohne Herleitung darf verwendet werden: $f'''(x) = \frac{-6 - 18 \cdot x}{(x-1)^5}$