Aufgabe 2: **1.Vorschlag**

Nr	Erwartete Teilleistung / Lösung	Hj	AB	BE	er.	Erläuterungen / Kommentar
a)	$V \xrightarrow[A_f]{f} W \xrightarrow[B_g]{g} Z$; $V,\ W \cong \mathbb{R}^3$, $Z \cong \mathbb{R}^4$; Es gilt: $g\left(\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix}0\\4\\2\\4\end{pmatrix}$, d.h. es werden die Rohstoffanteile des 2. Zwischenproduktes angegeben.	3	I	3		Im Unterricht oft geübter Ansatz.
b)	$\begin{pmatrix}2&0&1\\3&4&2\\2&2&0\\0&4&2\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}1&2&4\\2&2&2\\2&1&1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4&5&9\\15&16&22\\6&8&12\\12&10&10\end{pmatrix}$; $50 \cdot \begin{pmatrix}4&5&9\\15&16&22\\6&8&12\\12&10&10\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} = 50 \cdot \begin{pmatrix}18\\53\\26\\32\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}900\\2650\\1300\\1600\end{pmatrix}$	3	I	3 3		Rechenroutine.
c)	$\left\{\begin{array}{rrrrr} & x_1 & + 2\cdot x_2 & + 4\cdot x_3 & = 0\\ \wedge & 2\cdot x_1 & + 2\cdot x_2 & + 2\cdot x_3 & = 0\\ \wedge & 2\cdot x_1 & + x_2 & + x_3 & = 0\end{array}\right\} \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rrrrr} & x_1 & + 2\cdot x_2 & + 4\cdot x_3 & = 0\\ \wedge & & x_2 & + 3\cdot x_3 & = 0\\ \wedge & & & 2\cdot x_3 & = 0\end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rr} & x_1 = 0\\ \wedge & x_2 = 0\\ \wedge & x_3 = 0\end{array}\right\}$ dim W = 3 und dim Bild(f) =3 $\Rightarrow$ $\mathrm{Kern}(f) = \{\vec{0}\}$ $\Rightarrow$ f^{-1} existiert. Bild(g) $\subset$ Z ; Wegen dim Z = 4 und dim Bild(g) $\leq$3 gibt es Vektoren in Z, die keine Urbilder unter g besitzen. Also läßt sich nicht jede Rohstoffmenge in geeignete Zwischenprodukte verarbeiten.	3	I II	6 2 3		Standard. Die geforderte Interpretation des Ergebnisses setzt fundierte Kenntnisse der Zusammenhänge (Dimensionssatz) voraus; deshalb dieser Teil: Anforderungsbereich 2.
d)	$\left\{\begin{array}{rrrrr} & x_v & + 2\cdot y_v & + 4\cdot z_v & = 55\\ \wedge & 2\cdot x_v & + 2\cdot y_v & + 2\cdot z_v & = 60\\ \wedge & 2\cdot x_v & + y_v & + z_v & = 45\end{array}\right\} \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rr} & x_v = 15\\ \wedge & y_v = 10\\ \wedge & z_v = 5\end{array}\right\}$	3	II	6		Zwar ist der rechnerische Hintergrund (wie in c)) auch nur Gauß-Algorithmus, doch wird hier durch die Einbettung in verschiedene Themenbereiche Überblick gefordert: Rang einer Matrix - Existenz einer Umkehrabbildung - Lösungsmenge L_i eines Gleichungssystems.
e)	$\begin{pmatrix}4&5&9\\15&16&22\\6&8&12\\12&10&10\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}50-x\\50\\60\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}990-4\cdot x\\2870-15\cdot x\\1420-6\cdot x\\1700-12\cdot x\end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix}900\\2650\\1300\\1600\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}90-4\cdot x\\220-15\cdot x\\120-6\cdot x\\100-12\cdot x\end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix}$; Die Nichtnegativitätsbedingung ergibt: $x \geq \frac{90}{4} = 22{,}5$, d.h. Die Produktion des Fertigprodukts F_1 muß um (ganzzahlige) 23 Einheiten eingeschränkt werden. Dies führt zu einem wöchentlichen Rohstoffüberhang von: $\vec{z}_{ü} = \begin{pmatrix}2\\125\\18\\176\end{pmatrix}$.	3	III	4 3		Sowohl der Ansatz, als auch das weitere rechnerische Vorgehen mit Analyse und Kommentierung des Ergebnisses sind eine selbständige Schülerleistung. Möglicherweise werden die Schüler nicht mit einem Ungleichungssystem argumentieren, sondern 4 verschiedene Werte für x bestimmen. Die 'weittragendste Bedingung' für x führt zu einem äquivalenten Ergebnis.
				33		